

Wykład nr

Nr indeksu:

--	--	--	--	--

Nazwisko i imię studenta

.....

Temat

Egzamin ze statystyki

Studia Licencjackie Stacjonarne

Zadanie		Pkt.
1	a	
	b	
	c	
	d	
	e	
	f	
2	a	
	b	
	c	
	d	
3	a	
	b	
	c	
	d	
4	a	
	b	
	c	
5 (TEST)		
Razem		

Uwaga. W rozwiązaniach – tam gdzie to konieczne – przyjmij poziom istotności 0,01 i współczynnik ufności 0,99.

Zad.1 W trzech dzielnicach pewnego miasta (Wschód, Zachód i Centrum) wylosowano po 20 mieszkań oferowanych do sprzedaży na rynku pierwotnym (w sumie 60 mieszkań) i zbadano cenę za m² (Y – w tys.zł) [14 pkt]

Numer mieszkania	Cena m ² mieszkania w dzielnicy		
	Wschód	Zachód	Centrum
1	7,75	8,7	9,9
2	.	.	.
.	.	.	.
20	7,1	9,8	13
Suma	144	176	220

Dodatkowo wyznaczono dla każdej dzielnicy sumę kwadratów odchyleń ceny metra kwadratowego w poszczególnych mieszkaniach od średniej ceny za m² w danej dzielnicy. Sumy te wyniosły: Wschód - 15,8 [tys.zł]²; Zachód - 7,06 [tys. zł]²; Centrum - 36,04 [tys. zł]².

a) Jaka była przeciętna cena m² mieszkania wśród 60 zbadanych mieszkań w tym mieście? [1]

b) W której dzielnicy zbadane mieszkania charakteryzowały się największym zróżnicowaniem względnym cen za m²? [2]

- c) Dla rozkładu cen metra kwadratowego badanych mieszkań w Centrum wyznaczono trzeci moment centralny, który wyniósł 1,99. Oceń siłę i kierunek asymetrii tego rozkładu. [1,5]
- d) Zakładamy, że 60 zbadanych mieszkań stanowi losową próbę wszystkich mieszkań oferowanych do sprzedaży na rynku pierwotnym w tym mieście. Czy wylosowana próba jest dostatecznie duża, aby dokonać przedziałowego oszacowania przeciętnej ceny m^2 z błędem maksymalnym (absolutnym) 0,5 tys. zł ? (zakładamy, że nieznaną wariancja w populacji wynosi tyle ile w próbie, czyli $2,23[\text{tys. zł}]^2$). Zinterpretuj oszacowany w oparciu o tę próbę przedział ufności: [8,5; 9,5]. [2,5]
- e) Aby potwierdzić tezę, że przeciętna cena m^2 w dzielnicy Wschód jest niższa niż w dzielnicy Zachód przeprowadzono odpowiednią procedurę wnioskowania statystycznego. Sformułuj hipotezy. Uzasadnij czy krytyczny poziom istotności jest niższy, czy wyższy od przyjętego 0,01, skoro wartość statystyki testowej wyniosła -6,52. Czy teza została potwierdzona? [2]

- f) Sprawdź, czy przeciętne ceny m² mieszkania różnią się w populacji generalnej pomiędzy dzielnicami? Wykorzystaj analizę wariancji. [5]

Zad. 2 Dodatkowo wylosowano 100 sprzedanych mieszkań. Poniższa tablica przedstawia dwuwymiarowy rozkład liczebności w tej próbie ze względu na wybór dzielnicy i biologiczny typ gospodarstwa domowego. [9 pkt]

Typ gospodarstwa domowego	Dzielnica		
	Wschód	Zachód	Centrum
Małżeństwo z dziećmi	15	15	10
Małżeństwo bez dzieci	10	15	15
Inne	7	8	5

- a) Wyznacz dowolny rozkład warunkowy. [2]

- b) Oceń - bez obliczania miernika ani statystyki χ^2 - czy **w przedstawionej próbie** występuje zależność między badanymi cechami. [2]
- c) Suma składników statystyki χ^2 (wykorzystywanej w badaniu zależności) bez składnika odpowiadającego trzeciemu wierszowi i trzeciej kolumnie wynosi 2,13. Oblicz brakujący składnik i oceń siłę zależności między wyborem dzielnicy i typem gospodarstwa domowego. [3]
- d) Czy zależność między badanymi cechami jest statystycznie istotna? [2]

Zad. 3 Na podstawie próby liczącej 42 mieszkania oszacowano model regresji:

$\hat{Y} = \hat{\alpha}X + \hat{\beta}$ gdzie Y oznacza cenę (w tys. zł) za metr kwadratowy zaś X powierzchnię mieszkania. Nieobciążona kowariancja zmiennych X i Y wynosi: -24,8, nieobciążona wariancja zmiennej X: 220 (m²)², wariancja zmiennej Y: 99 (zł)². Średnie wartości zmiennych X i Y wyniosły, odpowiednio, 55 m² i 8,5 tys. zł. **[9 pkt]**

a) Oszacuj parametry α i β . Zinterpretuj oszacowanie współczynnika regresji. **[3]**

b) Ile może najwyżej wynosić wartość błędu standardowego oszacowania parametru α , aby to oszacowanie było statystycznie istotne. **[2]**

c) Oceń dopasowanie modelu do danych i zinterpretuj odpowiedni miernik. **[1,5]**

d) Oszacuj wartość oczekiwaną ceny metra kwadratowego w mieszkaniu o powierzchni 60 metrów kwadratowych. [1]

e) Czy błąd standardowy tej prognozy będzie większy czy mniejszy od błędu obliczonego dla $X = 55$ m²? [1,5]

Zad. 4 Poniższa tablica przedstawia średnie roczne ceny płytek ceramicznych (w zł za metr kwadratowy) i ilość ich sprzedaży (w tys. metrów kwadratowych) w pewnej hurtowni. [4 pkt]

Rok	Glazura		Terakota	
	cena	ilość	cena	ilość
2019	40	8400	36	3600
2023	48	8600	40	3500

a) Oblicz agregatowe indeksy: ilości sprzedaży według formuły Laspeyresa i indeks cen według formuły Paaschego. [2]

b) Zinterpretuj powyższy indeks ilości. [1]

c) Ile wyniosło średnie tempo wzrostu cen glazury w okresie 2019 - 2023? [1]

CZEŚĆ TESTOWA (9 punktów) : odpowiedź poprawna 1 pkt; brak odpowiedzi 0 pkt; odpowiedź błędna -1 pkt. Jeżeli całkowita suma punktów z tej części będzie ujemna, jako wynik zostanie przyjęte 0 pkt.

Przy wszystkich pytaniach należy otoczyć kółkiem prawidłową odpowiedź T-tak lub N-nie.

1. Dana jest zmienna losowa X o rozkładzie normalnym z parametrami $m=2$ i $\sigma=2$ oraz zmienna Y o rozkładzie t Studenta z 5 stopniami swobody. Oceń prawdziwość nierówności:

- | | | |
|-------------------------------|---|---|
| a.) $P(X>3) < 0,5$, | T | N |
| b.) $P(0<X<4) \approx 0,68$, | T | N |
| c.) $P(X>2) = P(Y<0)$. | T | N |

2. Twierdzenie de Moivre'a – Laplace'a:

- | | | |
|---|---|---|
| a.) Jest prawdziwe dla dowolnego rozkładu zmiennej losowej, | T | N |
| b.) Stosujemy, gdy próba liczy mniej niż 10 elementów, | T | N |
| c.) Jest uogólnieniem twierdzenia Lindeberga – Levy'ego. | T | N |

3. Prawdopodobieństwo błędu pierwszego rodzaju:

- | | | |
|---|---|---|
| a.) to prawdopodobieństwo odrzucenia hipotezy nieprawdziwej, | T | N |
| b.) to prawdopodobieństwo nieodrzućenia hipotezy prawdziwej, | T | N |
| c.) to prawdopodobieństwo nieodrzućenia hipotezy nieprawdziwej. | T | N |